

第三章 土体中的应力

● 学习目标与要求

(1) 掌握土的自重应力的概念、计算方法及其分布形态；理解地下水对自重应力的影响；了解自重应力与地基变形的关系。

(2) 掌握刚性基础和柔性基础的基底压力计算方法、基底附加应力的概念及其计算；了解基底压力的分布规律及其影响因素。

(3) 掌握矩形基础利用综合角点法计算附加应力的方法以及条形基础及圆形基础下地基中附加应力的计算方法；理解应力的积聚和扩散现象，熟悉附加应力的分布规律。

能正确计算土的自重应力，并会分析地下水位变化对土体变形的影响；能运用附加应力计算方法分析计算一般建筑物的地基附加应力；会分析相邻建筑物之间的影响。

● 学习重点、难点

本章重点是自重应力计算，附加应力的概念和分布规律，矩形均布荷载作用下的附加应力计算，地下水位变化对地基应力的影响，相邻建筑物之间的影响等。难点是综合角点法计算非角点的附加应力。

第一节 土的自重应力

一、土的自重应力及其分布形态

在建造建筑物之前，由土体本身自重引起的应力称为土的自重应力，自重应力是通过土颗粒传递的有效应力。若将地基土视为均质的半无限体，土体在自重作用下只能产生竖向应力，侧向剪应力为零。因此，在深度 z 处土体由自身重力产生的竖向应力 σ_{cz} （即自重应力）就等于单位面积上土柱体的重力。

如图 3-1 所示，任意深度 z 处，取截面积为 A 的土体为脱离体，考虑 z 方向的外力平衡，土柱重为 W ，则

土层为均质土层时（图 3-1a）： $\sigma_{cz}A = W = \gamma zA$

$$\sigma_{cz} = \gamma z \quad (3-1)$$

土层为多层土层时（图 3-1b）： $\sigma_{cz}A = W = \gamma_1 z_1 A + \gamma_2 z_2 A + \cdots + \gamma_n z_n A$

$$\sigma_{cz} = \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + \cdots + \gamma_n z_n \quad (3-2)$$

由此可见，土的自重应力与土的天然重度及深度有关，自重应力随深度增加而增大，成层土中自重应力分布曲线为折线形，重度为直线的斜率。

二、地下水对自重应力的影响

地下水位以下的土受到水的浮力作用，则水下部分土的重度应按浮重度 γ' 计算，其计算方法如同多层土的情况。

在地下水位以下，如果埋藏有不透水层（例如岩层或只含结合水的坚硬黏土层），由于不透水层中不存在水的浮力，所以层面及层面以下的自重应力应按上覆土层的水土总重计

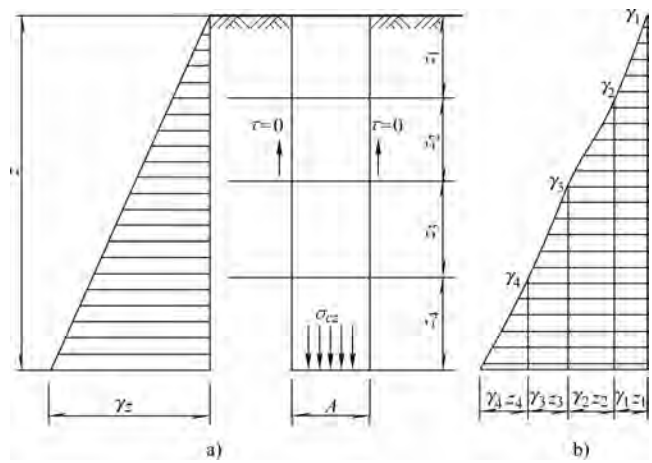


图 3-1 土的自重应力
a) 均质土层 b) 多层土层

算，这样，紧靠上覆层与不透水层界面上下的自重应力有突变，使层面处具有两个自重应力值。

【例 3-1】 某工程地质柱状图及土的物理性质指标如图 3-2 所示，试求各土层面处的自重应力，并绘出自重应力曲线。

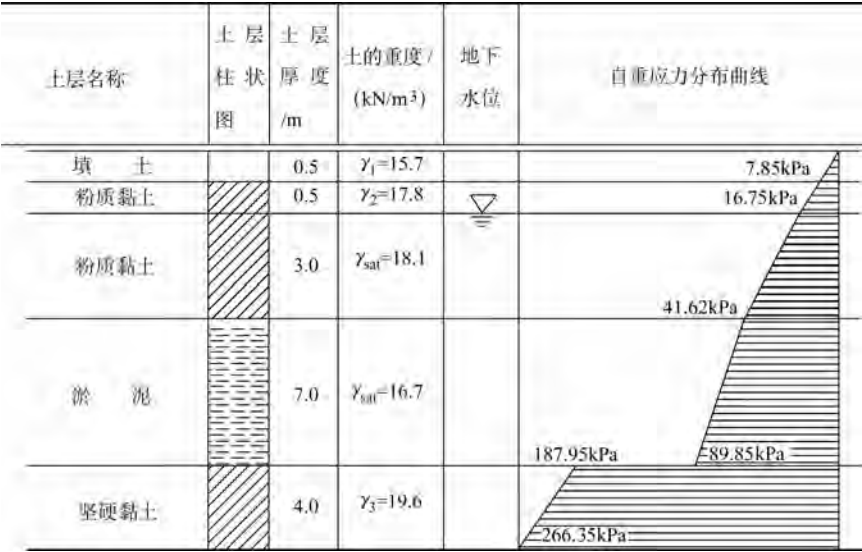


图 3-2 例 3-1 土中自重应力曲线

解：填土层底 $\sigma_{cz} = (15.7 \times 0.5) \text{ kPa} = 7.85 \text{ kPa}$
地下水位处 $\sigma_{cz} = (7.85 + 17.8 \times 0.5) \text{ kPa} = 16.75 \text{ kPa}$
粉质黏土层底 $\sigma_{cz} = [16.75 + (18.1 - 9.81) \times 3] \text{ kPa} = 41.62 \text{ kPa}$
淤泥层底 $\sigma_{cz} = [41.62 + (16.7 - 9.81) \times 7] \text{ kPa} = 89.85 \text{ kPa}$

坚硬黏土层顶面 $\sigma_{cz} = [89.85 + (3 + 7) \times 9.81] \text{ kPa} = 187.95 \text{ kPa}$

钻孔底 $\sigma_{cz} = (187.95 + 19.6 \times 4) \text{ kPa} = 266.35 \text{ kPa}$

第二节 基底压力

一、基底压力的分布

建筑物荷载是通过基础传给地基的，在基础底面与地基之间产生的接触压力，通常称为基底压力。基底压力的影响因素很多，如基础的刚度、形状、尺寸、埋置深度、土的性质以及荷载大小等。在理论分析中要综合这些因素是困难的，目前在弹性理论中主要是研究不同刚度的基础与弹性半空间体表面的接触压力分布问题。

1. 柔性基础

柔性基础（如土坝、路堤及油罐薄板）的刚度很小，在垂直荷载作用下没有抵抗弯曲变形的能力，基础随着地基一起变形。因此，柔性基础接触压力分布与其上部荷载分布情况相同，而基础底面的沉降则各处不同，中央大而边缘小，如图 3-3a 所示。如由土筑成的路堤，可以近似地认为路堤本身不传递剪力，那么它就相当于一种柔性基础，路堤自重引起的基底压力分布就与路堤断面形状同是梯形分布，如图 3-3b 所示。

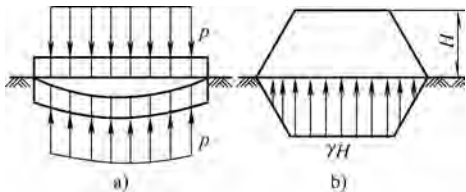


图 3-3 柔性基础基底压力的分布

a) 理想柔性基础 b) 路堤下的压力分布

2. 刚性基础

刚性基础（如块式整体基础、素混凝土基础）本身刚度较大，受荷载后基础可认为不出现挠曲变形。通常在中心荷载下，基底压力呈马鞍形分布，中间小而边缘大（图 3-4a）；当基础上的荷载增大时，基础边缘由于应力很大，使土产生塑性变形，边缘应力不再增加，而使中央部分继续增大，基底压力重新分布而呈抛物线形（图 3-4b）；若作用在基础上的荷载继续增大，接近于地基的破坏荷载时，基底压力分布图形变成中部凸出的钟形（图 3-4c）。

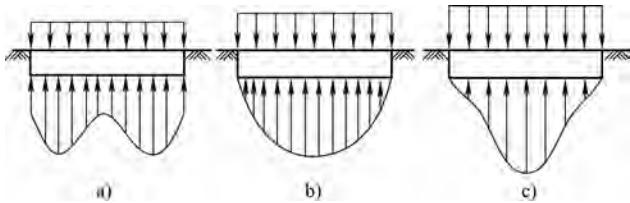


图 3-4 刚性基础基底压力分布

a) 马鞍形分布 b) 抛物线形分布 c) 钟形分布

二、基底压力的简化计算

从上述讨论可见，基底压力的分布是比较复杂的，但根据弹性理论中的圣维南原理以及从土中实际应力的测量结果得知，当作用在基础上的荷载总值一定时，基底压力分布形状只在一定深度范围内对土中应力分布有影响。因此，在实际应用上对基底压力的分布可近似地认为是按直线规律变化，一般基础采用材料力学公式简化计算。

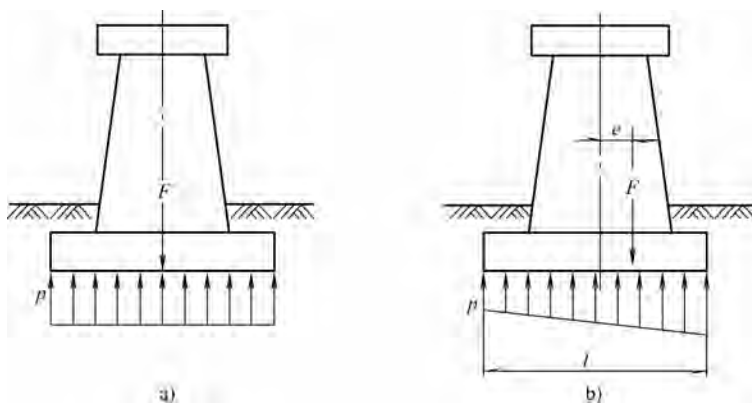


图 3-5 基底压力分布的简化计算

a) 中心荷载 b) 偏心荷载

1. 中心荷载作用时

作用在基础上的荷载合力通过基底形心时，基底压力可假定为均匀分布（图 3-5a），平均压力 p 可按式（3-3）计算：

$$p = \frac{F + G}{A} \quad (3-3)$$

式中 F ——基础上的竖向力设计值（kN）。

G ——基础自重设计值及其上填土重标准值总和（kN）， $G = \gamma_G A d$ 。其中： γ_G 为基础及回填土之平均重度，一般取 20 kN/m^3 ，地下水位以下部分取浮重度； d 为基础埋深（m），一般从室外设计地面或室内外平均设计地面算起。

A ——基底面积（ m^2 ），矩形基础 $A = l \times b$ ， l 和 b 分别为矩形基底的长度和宽度。对于条形基础，可沿长度方向取 1m 计算，则式中 F 、 G 代表每延米内的相应值（kN/m）。

2. 偏心荷载作用时

常见的偏心荷载作用于矩形基底的一个主轴上，设计时通常将基底长边方向定在偏心方向（图 3-5b），此时两短边边缘最大压力 $p_{\max}$ 与最小压力 $p_{\min}$ 可按材料力学偏心受压公式计算：

$$p_{\min}^{\max} = \frac{F + G}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{F + G}{A} \left(1 \pm \frac{6e}{l} \right) \quad (3-4)$$

式中 M ——作用在基底形心上的力矩设计值（ $\text{kN} \cdot \text{m}$ ）， $M = (F + G) e$ ；

e ——荷载偏心距（m）；

W ——基础底面的抵抗矩（ m^3 ），对矩形基础 $W = bl^2/6$ 。

由式（3-4）可知，按荷载偏心距 e 的大小，基底压力的分布可能出现下述情况：

（1）当 $e < l/6$ 时， $p_{\min} > 0$ ，基底压力呈梯形分布（图 3-6a）。

（2）当 $e = l/6$ 时， $p_{\min} = 0$ ，基底压力呈三角形分布（图 3-6b）。

(3) 当 $e > l/6$ 时, $p_{\min} < 0$, 即产生拉应力 (图 3-6c), 由于基底与地基之间不能承受拉应力, 此时产生拉应力部分的基底将与地基土局部脱开, 致使基底压力重新分布。根据偏心荷载与基底反力平衡的条件, 荷载合力 $F + G$ 应通过三角形反力分布图的形心 (图 3-6d), 由此可得

$$p_{\max} = \frac{2(F + G)}{3b(l/2 - e)} \quad (3-5)$$

三、基底附加压力

一般基础都埋置于地面以下一定深度。该处原有自重应力因基坑开挖而卸除, 作用于基底上的平均压力减去基底处土中原有的自重应力后, 才是基底新增加的附加压力 p_0 。基底附加压力为

$$p_0 = p - \sigma_{cz} = p - \gamma_0 d \quad (3-6)$$

式中 σ_{cz} ——基底处土的自重应力 (kPa), σ_{cz}

$$= \gamma_0 d;$$

γ_0 ——基底以上天然土层的加权平均重度 (kN/m^3), 地下水位以下取有效重度;

d ——基础埋置深度 (m), 必须从天然地面算起, $d = h_1 + h_2 + h_3 + \dots$ 。

由式 (3-6) 可以看出, 当基础对地基的压力一定时, 深埋基础可以减小基底附加压力, 这种方法在工程上称为基础的补偿性设计。因此, 高层建筑设计常采用箱形基础或地下室、半地下室, 从而减少基础沉降。

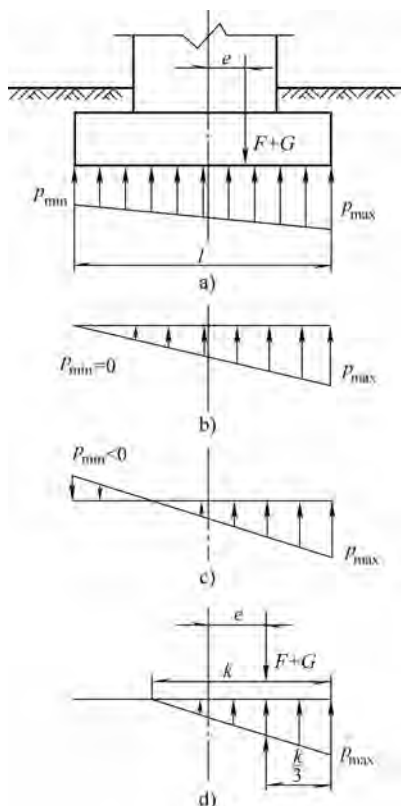


图 3-6 偏心荷载作用时基底压力分布情况

第三节 地基附加应力

一、竖向集中力作用下的地基附加应力

竖向集中力 F 作用在半无限体表面 (图 3-7), 在半无限体内任一点 $M(x, y, z)$ 引起的应力和位移的弹性力学解, 由法国的布辛奈斯克 (J. Boussinesq) 首先提出。竖向的压应力公式为

$$\sigma_z = \frac{3F}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} = K \cdot \frac{F}{z^2} \quad (3-7)$$

$$K = \frac{3}{2\pi[(r/z)^2 + 1]^{5/2}} \quad (3-8)$$

式中 K ——集中力作用下土中附加应力系数, 可由式 (3-8) 计算或查表 3-1 得到;

R ——集中力作用点至计算点的距离， $R = \sqrt{z^2 + r^2}$ 。

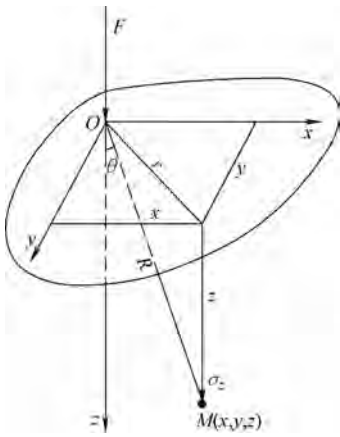


图 3-7 竖向集中力作用下的地基附加应力

表 3-1 集中力作用下地基土中的附加应力系数 K

r/z	K	r/z	K	r/z	K	r/z	K	r/z	K
0.00	0.4775	0.50	0.2733	1.00	0.0844	1.50	0.0251	2.00	0.0085
0.05	0.4745	0.55	0.2466	1.05	0.0744	1.55	0.0224	2.20	0.0058
0.10	0.4657	0.60	0.2214	1.10	0.0658	1.60	0.0200	2.40	0.0040
0.15	0.4516	0.65	0.1978	1.15	0.0581	1.65	0.0179	2.60	0.0029
0.20	0.4329	0.70	0.1762	1.20	0.0454	1.70	0.0160	2.80	0.0021
0.25	0.4103	0.75	0.1565	1.25	0.0402	1.75	0.0144	3.00	0.0015
0.30	0.3849	0.80	0.1386	1.30	0.0357	1.80	0.0129	3.50	0.0007
0.35	0.3577	0.85	0.1226	1.35	0.0317	1.85	0.0116	4.00	0.0004
0.40	0.3294	0.90	0.1083	1.40	0.0317	1.90	0.0105	4.50	0.0002
0.45	0.3011	0.95	0.0956	1.45	0.0282	1.95	0.0095	5.00	0.0001

【例 3-2】 在地基表面作用一集中力 $F = 200\text{kN}$ ，试求：① $z = 2\text{m}$ ，水平距离 $r = 0\text{m}$ 、 1m 、 2m 、 3m 、 4m 、 5m 处的附加应力 σ_z ，并绘出分布图；② $r = 0\text{m}$ 的竖直线 $z = 0\text{m}$ 、 1m 、 2m 、 3m 、 4m 、 5m 处的附加应力 σ_z ，并绘出分布图。

解：(1) $z = 2\text{m}$ ，各点的附加应力 σ_z 值见表 3-2。

表 3-2 $z = 2\text{m}$ 处各点的 σ_z 值

z/m	r/m	r/z	K	σ_z/kPa
2	0	0	0.4775	23.88
2	1	0.5	0.2733	13.67
2	2	1.0	0.0844	4.22
2	3	1.5	0.0251	1.26
2	4	2.0	0.0085	0.43
2	5	2.5	0.0035	0.18

(2) $r=0\text{m}$ ，竖直线各点的附加应力 σ_z 值见表 3-3。

表 3-3 $r=0\text{m}$ 处竖直线上的 σ_z 值

z/m	r/m	r/z	K	σ_z/kPa
0	0	—	0	∞
1	0	0	0.4775	95.50
2	0	0	0.4775	23.88
3	0	0	0.4775	10.61
4	0	0	0.4775	5.97
5	0	0	0.4775	3.82

绘出附加应力 σ_z 分布图如图 3-8 所示。

二、矩形面积均布荷载作用下的地基附加应力

基础底面形状及基底荷载分布都有规律时，可由竖向集中力作用下的地基附加应力公式积分求得；若基础底面形状或基底荷载分布不规则时，可用等效荷载法求出地基附加应力。

1. 矩形面积均布荷载角点下任意深度处的附加应力

如图 3-9 所示，矩形面积均布荷载角点下任意深度处的附加应力为

$$\sigma_z = K_c p_0 \tag{3-9}$$

式中 p_0 ——基底附加压力（kPa）；

K_c ——矩形面积均布荷载角点下的附加应力系数，按式（3-10）计算或由表 3-4 查取。

$$K_c = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{mn(m^2 + 2n^2 + 1)}{(m^2 + n^2)(1 + n^2)\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} + \arctan \frac{m}{n\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \right] \tag{3-10}$$

式中 $m=l/b$ ， $n=z/b$ ，其中 l 为长边， b 为短边。

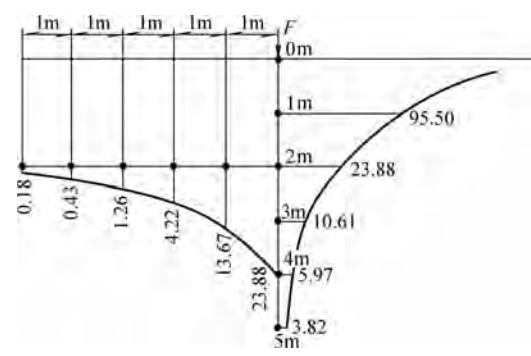


图 3-8 例 3-2 图（单位：kPa）

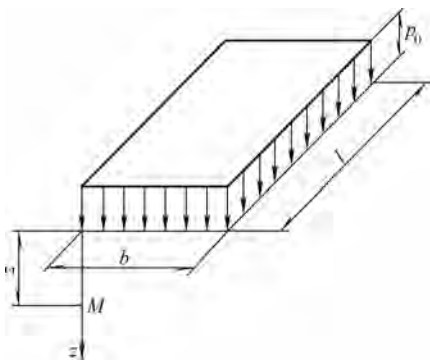


图 3-9 矩形面积均布荷载角点下的附加应力

表 3-4 矩形面积均布荷载作用下角点附加应力系数 K_c

z/b	l/b											
	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	∞ (条形)
0.0	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.2	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249
0.4	0.240	0.242	0.243	0.243	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244
0.6	0.223	0.228	0.230	0.232	0.232	0.233	0.234	0.234	0.234	0.234	0.234	0.234
0.8	0.200	0.207	0.212	0.215	0.216	0.218	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
1.0	0.175	0.185	0.191	0.195	0.198	0.200	0.203	0.204	0.204	0.204	0.205	0.205
1.2	0.152	0.163	0.171	0.176	0.179	0.182	0.187	0.188	0.189	0.189	0.189	0.189

(续)

z/b	l/b											
	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	∞ (条形)
1.4	0.131	0.142	0.151	0.157	0.161	0.164	0.171	0.173	0.174	0.174	0.174	0.174
1.6	0.112	0.124	0.133	0.140	0.145	0.148	0.157	0.159	0.160	0.160	0.160	0.160
1.8	0.097	0.108	0.117	0.124	0.129	0.133	0.143	0.146	0.147	0.148	0.148	0.148
2.0	0.084	0.095	0.103	0.110	0.116	0.120	0.131	0.135	0.136	0.137	0.137	0.137
2.2	0.073	0.083	0.092	0.098	0.104	0.108	0.121	0.125	0.126	0.127	0.128	0.128
2.4	0.064	0.073	0.081	0.088	0.093	0.098	0.111	0.116	0.118	0.118	0.119	0.119
2.6	0.057	0.065	0.072	0.079	0.084	0.089	0.102	0.107	0.110	0.111	0.112	0.112
2.8	0.050	0.058	0.065	0.071	0.076	0.080	0.094	0.100	0.102	0.104	0.105	0.105
3.0	0.045	0.052	0.058	0.064	0.069	0.073	0.087	0.093	0.096	0.097	0.099	0.099
3.2	0.040	0.047	0.053	0.058	0.063	0.067	0.081	0.087	0.090	0.092	0.093	0.094
3.4	0.036	0.042	0.048	0.053	0.057	0.061	0.075	0.081	0.085	0.086	0.088	0.089
3.6	0.033	0.038	0.043	0.048	0.052	0.056	0.069	0.076	0.080	0.082	0.084	0.084
3.8	0.030	0.035	0.040	0.044	0.048	0.052	0.065	0.072	0.075	0.077	0.080	0.080
4.0	0.027	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.060	0.067	0.071	0.073	0.076	0.076
4.2	0.025	0.029	0.033	0.037	0.041	0.044	0.056	0.063	0.067	0.070	0.072	0.073
4.4	0.023	0.027	0.031	0.034	0.038	0.041	0.053	0.060	0.064	0.066	0.069	0.070
4.6	0.021	0.025	0.028	0.032	0.035	0.038	0.049	0.056	0.061	0.063	0.066	0.067
4.8	0.019	0.023	0.026	0.029	0.032	0.035	0.046	0.053	0.058	0.060	0.064	0.064
5.0	0.018	0.021	0.024	0.027	0.030	0.033	0.043	0.050	0.055	0.057	0.061	0.062
6.0	0.013	0.015	0.017	0.020	0.022	0.024	0.033	0.039	0.043	0.046	0.051	0.052
7.0	0.009	0.011	0.013	0.015	0.016	0.018	0.025	0.031	0.035	0.038	0.043	0.045
8.0	0.007	0.009	0.010	0.011	0.013	0.014	0.020	0.025	0.028	0.031	0.037	0.039
9.0	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.016	0.020	0.024	0.026	0.032	0.035
10.0	0.005	0.006	0.007	0.007	0.008	0.009	0.013	0.017	0.020	0.022	0.028	0.032
12.0	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.006	0.009	0.012	0.014	0.017	0.022	0.026
14.0	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.018	0.023
16.0	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.009	0.010	0.014	0.020
18.0	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.007	0.008	0.012	0.018
20.0	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.010	0.016
25.0	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.007	0.013
30.0	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.011
35.0	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.004	0.009
40.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.008

2. 矩形面积均布荷载非角点下任意深度处的附加应力

在实际工程中，常常需求地基土中任意点任意深度处的附加应力，计算时通过 o 点作辅助线将荷载平面划分为若干个小矩形，分别求角点 o 下同一深度处的附加应力，然后叠加求得，这种方法称为综合角点法，常有如图 3-10 所示的几种情况。

(1) o 点在荷载面内 (图 3-10a)

$$\sigma_z = (K_I + K_{II} + K_{III} + K_{IV}) p_0$$

特殊情况，当 $K_I = K_{II} = K_{III} = K_{IV}$ 时， $\sigma_z = 4K_I p_0$ ，此即为利用综合角点法求得的均布矩形荷载面中心点下 σ_z 的解。

(2) o 点在荷载面边缘 (图 3-10b)

$$\sigma_z = (K_I + K_{II}) p_0$$

(3) o 点在荷载面边缘外侧 (图 3-10c)

$$\sigma_z = (K_{ogce} - K_{ohde} + K_{ofbg} - K_{ofah}) p_0$$

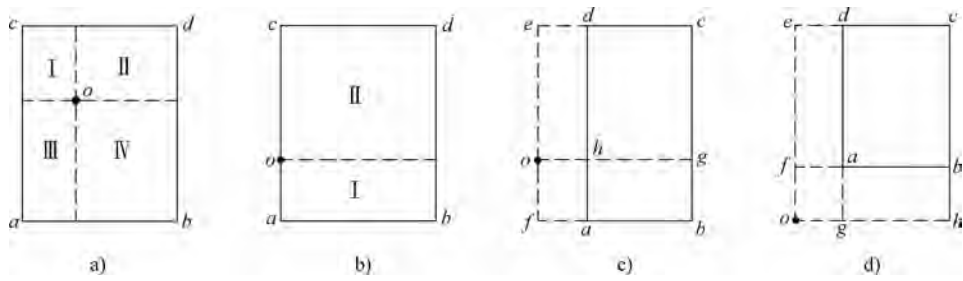


图 3-10 综合角点法计算均布矩形荷载下的地基附加应力

(4) o 点在荷载面角点外侧 (图 3-10d)

$$\sigma_z = (K_{ohce} - K_{ogde} - K_{ohbf} + K_{ogaf}) p_0$$

注意: 应用综合角点法时, 所有分块矩形都是长边为 l , 短边为 b 。

【例 3-3】 有一矩形底面基础 $b=4\text{m}$, $l=6\text{m}$, 其上作用均布荷载 $p=100\text{kPa}$, 试求矩形基础外 k 点下深度 $z=6\text{m}$ 处 N 点的竖向应力 σ_z 值。

解: 如图 3-11 所示, N 点的附加应力为

$$\sigma_z = \sigma_{z(ajki)} + \sigma_{z(iksd)} - \sigma_{z(bjkr)} - \sigma_{z(rksc)}$$

有关计算结果见表 3-5。

表 3-5 计算结果

载荷作用面	l/b	z/b	K
$ajki$	$9/3=3$	$6/3=2$	0.131
$iksd$	$9/1=9$	$6/1=6$	0.050
$bjkr$	$3/3=1$	$6/3=2$	0.084
$rksc$	$3/1=3$	$6/1=6$	0.033

$$\sigma_z = 100 \times (0.131 + 0.050 - 0.084 - 0.033) \text{ kPa} = 100 \times 0.064 \text{ kPa} = 6.4 \text{ kPa}$$

三、矩形面积三角形分布荷载作用下的地基附加应力

如图 3-12 所示, 矩形面积在三角形分布荷载作用下, 零荷载角点下任意深度处的附加应力为

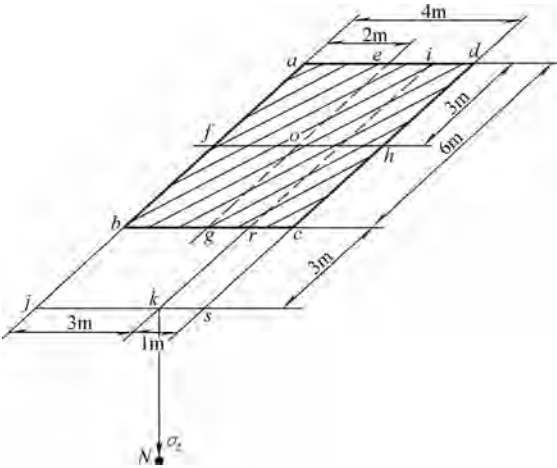


图 3-11 例 3-3 图

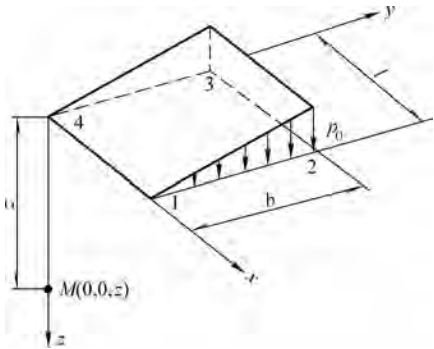


图 3-12 矩形面积三角形分布荷载作用下的附加应力

$$\sigma_z = K_t p_0 \tag{3-11}$$

$$K_t = \frac{mn}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 + m^2}} - \frac{m^2}{(1 + m^2) \sqrt{1 + m^2 + n^2}} \right] \tag{3-12}$$

式中 K_t ——矩形面积三角形分布荷载作用下的附加应力系数，按式（3-12）计算或由表 3-6 查取。

最大荷载角点下任意深度处的附加应力为

$$\sigma_z = (K_e - K_t) p_0 \tag{3-13}$$

表 3-6 矩形面积三角形分布荷载作用下的附加应力系数 K_t

z/b	l/b									
	0.2	0.6	0.8	1.0	1.6	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.0223	0.0296	0.0301	0.0304	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306
0.6	0.0259	0.0560	0.0621	0.0654	0.0690	0.0696	0.0702	0.0702	0.0702	0.0702
1.0	0.0201	0.0508	0.0602	0.0666	0.0753	0.0774	0.0794	0.0795	0.0796	0.0796
1.2	0.0171	0.0450	0.0546	0.0615	0.0721	0.0749	0.0779	0.0782	0.0783	0.0783
1.6	0.0123	0.0339	0.0424	0.0492	0.0616	0.0656	0.0708	0.0714	0.0715	0.0715
2.0	0.0090	0.0255	0.0324	0.0384	0.0507	0.0553	0.0624	0.0634	0.0636	0.0636
2.5	0.0063	0.0183	0.0236	0.0284	0.0393	0.0440	0.0529	0.0543	0.0547	0.0548
3.0	0.0046	0.0135	0.0176	0.0214	0.0307	0.0352	0.0449	0.0469	0.0474	0.0476
5.0	0.0018	0.0054	0.0071	0.0088	0.0135	0.0161	0.0248	0.0283	0.0296	0.0301
7.0	0.0009	0.0028	0.0038	0.0047	0.0073	0.0089	0.0152	0.0186	0.0204	0.0212
10.0	0.0005	0.0014	0.0019	0.0023	0.0037	0.0046	0.0084	0.0111	0.0128	0.0139

四、圆形面积均布荷载作用下的地基附加应力

如图 3-13 所示，圆形面积均布荷载作用下的附加应力采用极坐标表示，原点取在分布荷载圆心 O ，取微元面积 $dF = \rho d\varphi d\rho$ ，附加应力 σ_z 可以在圆面积范围内积分得到，见式（3-14）。

$$\sigma_z = \frac{3p_0 z^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\rho d\varphi d\rho}{(\rho^2 + r^2 - 2\rho c \cos\varphi + z^2)^{5/2}} \tag{3-14}$$

解式（3-15）得

$$\sigma_z = K_0 p_0 \tag{3-15}$$

式中 K_0 ——圆形面积均布荷载作用下的附加应力系数，是 r/R 和 z/R 的函数，可由表 3-7 查得；

R ——圆形均布荷载的半径；

r ——应力计算点 M 到 z 轴的水平距离。

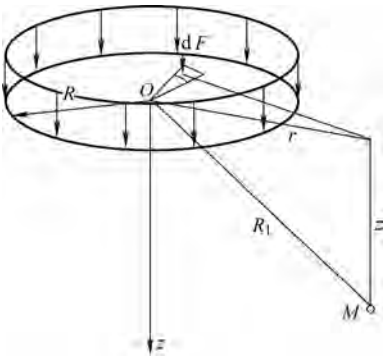


图 3-13 圆形均布荷载作用下的附加应力

表 3-7 圆形面积均布荷载作用下的附加应力系数 K_0

z/R	r / R										
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.998	0.991	0.987	0.970	0.890	0.468	0.077	0.015	0.005	0.002	0.001

(续)

z/R	r/R										
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.4	0.949	0.943	0.920	0.860	0.712	0.435	0.181	0.065	0.026	0.012	0.006
0.6	0.864	0.852	0.813	0.733	0.591	0.400	0.224	0.113	0.056	0.029	0.016
0.8	0.756	0.742	0.699	0.619	0.504	0.366	0.237	0.142	0.083	0.048	0.029
1.0	0.646	0.633	0.593	0.525	0.434	0.332	0.235	0.157	0.102	0.065	0.042
1.2	0.547	0.535	0.502	0.447	0.377	0.300	0.226	0.162	0.113	0.078	0.053
1.4	0.461	0.452	0.425	0.383	0.329	0.270	0.212	0.161	0.118	0.086	0.062
1.6	0.390	0.383	0.362	0.330	0.288	0.243	0.197	0.156	0.120	0.090	0.068
1.8	0.332	0.327	0.311	0.285	0.254	0.218	0.182	0.148	0.118	0.092	0.072
2.0	0.285	0.280	0.268	0.248	0.224	0.196	0.167	0.140	0.114	0.092	0.074
2.2	0.246	0.242	0.233	0.218	0.198	0.176	0.153	0.131	0.109	0.090	0.074
2.4	0.214	0.211	0.203	0.192	0.176	0.159	0.140	0.122	0.104	0.087	0.073
2.6	0.187	0.185	0.179	0.170	0.158	0.144	0.129	0.113	0.098	0.084	0.071
2.8	0.165	0.163	0.159	0.151	0.141	0.130	0.118	0.105	0.092	0.080	0.069
3.0	0.146	0.145	0.141	0.135	0.127	0.118	0.108	0.097	0.087	0.077	0.067
3.4	0.117	0.116	0.114	0.110	0.105	0.098	0.091	0.084	0.076	0.068	0.061
3.8	0.096	0.095	0.093	0.091	0.087	0.083	0.078	0.073	0.067	0.061	0.055
4.2	0.079	0.079	0.078	0.076	0.073	0.070	0.067	0.063	0.059	0.054	0.050
4.6	0.067	0.067	0.066	0.064	0.063	0.060	0.058	0.055	0.052	0.048	0.045
5.0	0.057	0.057	0.056	0.055	0.054	0.052	0.050	0.048	0.046	0.043	0.041
5.5	0.048	0.048	0.047	0.046	0.045	0.044	0.043	0.041	0.039	0.038	0.036
6.0	0.040	0.040	0.040	0.039	0.039	0.038	0.037	0.036	0.034	0.033	0.031

五、条形面积均布荷载作用下的地基附加应力

墙下条形基础的基底压力多是宽度为 b 的条形均布荷载，且沿 y 轴无限延伸（图 3-14），在条形面积均布荷载 p_0 作用下任意深度处的附加应力为

$$\sigma_z = K_u p_0 \tag{3-16}$$

式中 K_u ——条形面积均布荷载作用下的附加应力系数，由 $m = z/b$ 、 $n = x/b$ 按式（3-17）计算或由表 3-8 查取。

$$K_u = \frac{1}{\pi} \left[\arctan \frac{1-2n}{2m} + \arctan \frac{1+2n}{2m} - \frac{4m(4n^2-4m^2-1)}{(4n^2+4m^2-1)^2+16m^2} \right] \tag{3-17}$$

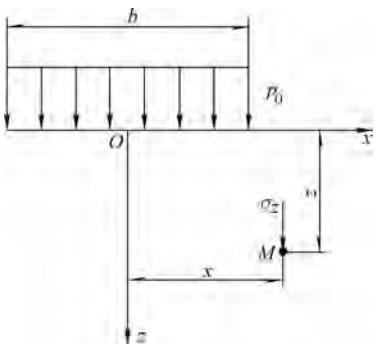


图 3-14 条形面积均布荷载作用下的附加应力

表 3-8 条形面积均布荷载作用下的附加应力系数 K_0

$m = z/b$	$n = x/b$					
	0	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00
0	1.00	1.00	0.50	0	0	0
0.25	0.96	0.90	0.50	0.02	0	0
0.50	0.82	0.74	0.48	0.08	0.02	0
0.75	0.67	0.61	0.45	0.15	0.04	0.02
1.00	0.55	0.51	0.41	0.19	0.07	0.03
1.25	0.46	0.44	0.37	0.20	0.10	0.04
1.50	0.40	0.38	0.33	0.21	0.11	0.06
1.75	0.35	0.34	0.30	0.21	0.13	0.07
2.00	0.31	0.31	0.28	0.20	0.14	0.08
3.00	0.21	0.21	0.20	0.17	0.13	0.10
4.00	0.16	0.16	0.15	0.14	0.12	0.10
5.00	0.13	0.13	0.12	0.12	0.11	0.09
6.00	0.11	0.10	0.10	0.10	0.10	—

六、条形面积三角形分布荷载作用下的地基附加应力

图 3-15 所示为条形基础在竖直三角形分布荷载作用下，荷载最大值为 p_1 。地基内任意点 M 的竖向附加应力 σ_z ，仍通过积分得到。

$$\sigma_z = K_z^I p_1$$

(3-18)

$$K_z^I = \frac{1}{\pi} \left\{ m \left[\arctan\left(\frac{m}{n}\right) - \arctan\left(\frac{m-1}{n}\right) \right] - \frac{n(m-1)}{n^2 + (m-1)^2} \right\}$$

(3-19)

式中 K_z^I ——条形面积三角形分布荷载作用下的附加应力系数，根据 $m = x/b$ ， $n = z/b$ 按式 (3-19) 计算或由表 3-9 查取。

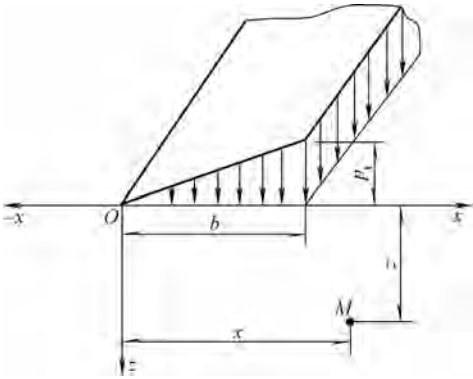


图 3-15 条形面积三角形分布荷载作用下的附加应力

表 3-9 条形面积三角形分布荷载作用下的附加应力系数 K_z^I

$n = z/b$	$m = x/b$								
	-0.5	-0.25	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
0.01	0.000	0.000	0.003	0.249	0.500	0.750	0.497	0.000	0.000

(续)

$n = z/b$	$m = x/b$								
	-0.5	-0.25	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
0.1	0.000	0.002	0.032	0.251	0.498	0.737	0.468	0.010	0.002
0.2	0.003	0.009	0.061	0.255	0.489	0.682	0.437	0.050	0.009
0.4	0.010	0.036	0.110	0.263	0.441	0.534	0.379	0.137	0.043
0.6	0.030	0.066	0.140	0.258	0.378	0.421	0.328	0.177	0.080
0.8	0.050	0.089	0.155	0.243	0.321	0.343	0.285	0.188	0.106
1.0	0.056	0.104	0.159	0.224	0.275	0.286	0.250	0.184	0.121
1.2	0.070	0.111	0.154	0.204	0.239	0.246	0.221	0.176	0.126
1.4	0.083	0.114	0.151	0.186	0.210	0.215	0.198	0.165	0.129
1.6	0.087	0.114	0.143	0.170	0.187	0.190	0.178	0.154	0.124
1.8	0.089	0.112	0.135	0.155	0.168	0.171	0.161	0.143	0.120
2.0	0.090	0.108	0.127	0.143	0.153	0.155	0.147	0.134	0.115
2.5	0.086	0.098	0.110	0.119	0.124	0.125	0.121	0.113	0.103
3.0	0.080	0.088	0.095	0.101	0.104	0.105	0.102	0.098	0.091
3.5	0.073	0.079	0.084	0.088	0.090	0.090	0.089	0.086	0.081
4.0	0.067	0.071	0.075	0.077	0.079	0.079	0.078	0.076	0.073
4.5	0.062	0.065	0.067	0.069	0.070	0.070	0.070	0.068	0.066
5.0	0.057	0.059	0.061	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.060

【例 3-4】 有一路堤如图 3-16a 所示，已知填土的重度为 20kN/m^3 ，求距路堤中线下 O 点为 0m 和 10m 处的附加应力 σ_z 。

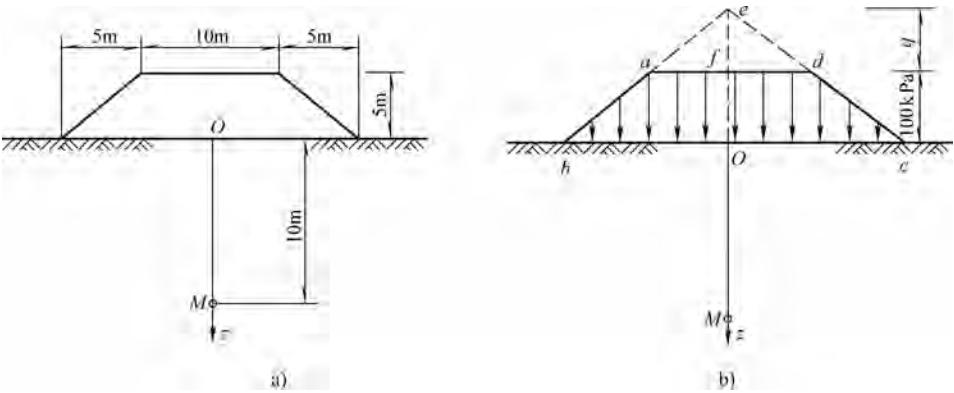


图 3-16 例 3-4 图

解：路堤填土自重产生的荷载分布为梯形，如图 3-17b 所示，其最大强度 $p = 20 \times 5\text{kPa} = 100\text{kPa}$ 。将梯形荷载分为两个三角形荷载之差，这样就可以用式 (3-19) 叠加计算附加应力。

$$\sigma_z = 2[\sigma_{z(\text{eb}0)} - \sigma_{z(\text{eaf})}] = 2[K_{z1}^I(p + q) - K_{z2}^I q]$$

其中， q 为三角形 ($\triangle eaf$) 荷载的最大值，可按三角形比例关系计算得： $q = p = 100\text{kPa}$ 。附加应力系数计算结果见表 3-10。

所以 O 点的竖向附加应力为 $\sigma_z = 2 \times [0.5 \times (100 + 100) - 0.5 \times 100]\text{kPa} = 100\text{ kPa}$

M 点的竖向附加应力为 $\sigma_z = 2 \times [0.25 \times (100 + 100) - 0.147 \times 100]\text{kPa} = 70.6\text{ kPa}$

表 3-10 例 3-4 附加应力系数计算结果

编号	荷载分布面	x/b	O 点 ($z=0\text{m}$)		M 点 ($z=10\text{m}$)	
			z/b	K_{zi}^0	z/b	K_{zi}^0
1	$\triangle ebO$	1	0	0.500	1	0.250
2	$\triangle eaf$	1	0	0.500	2	0.147

七、台背路基填土引起的基底附加应力计算

台背路基填土荷载对桥台基底或桩尖平面引起的附加应力 p_1 (图 3-17),《公路桥涵地基与基础设计规范》(JTG D63—2007) 建议采用式 (3-20) 计算。

$$p_1 = \alpha_1 \gamma_1 H_1 \tag{3-20}$$

对于埋置式桥台应按式 (3-21) 计算由于台前锥体对基底或桩尖平面处的前边缘引起的附加应力 p_2 :

$$p_2 = \alpha_2 \gamma_2 H_2 \tag{3-21}$$

- 式中 γ_1 、 γ_2 ——路基和锥体填土的天然重度 (kN/m^3);
 p_1 、 p_2 ——路基和锥体填土荷载引起的附加应力 (kPa);
 α_1 、 α_2 ——附加应力系数,可查表 3-11;
 H_1 ——台背路基填土高度 (m);
 H_2 ——基底平面或桩尖平面前边缘以上的锥体填土高度 (m)。

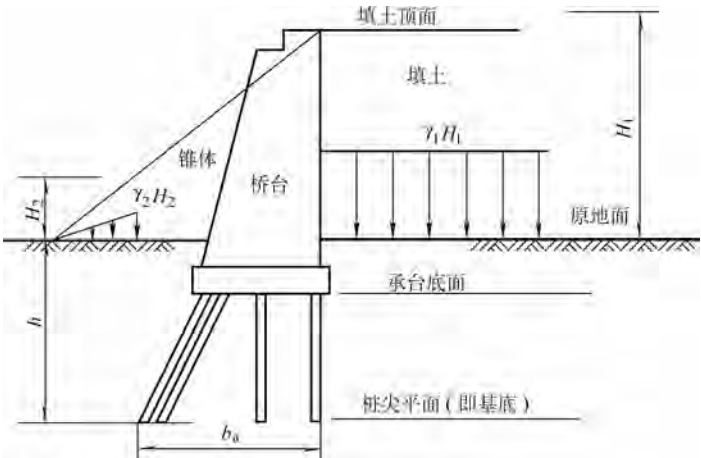


图 3-17 填土对桥台基底的附加应力

表 3-11 台背路基填土引起的附加应力系数

基础埋置深度 h/m	填土高度 H_1/m	台后填土影响系数 α_1				台前填土影响 系数 α_2
		后边缘	前边缘，基底平面的基础长度 b_a/m			
			5	10	15	
5	5	0.44	0.07	0.01	0.0	
	10	0.47	0.09	0.02	0.0	0.4
	20	0.48	0.11	0.04	0.01	0.5

(续)

基础埋置深度 h/m	填土高度 H_1/m	台后填土影响系数 α_1				台前填土影响 系数 α_2
		后边缘	前边缘，基底平面的基础长度 b_a/m			
			5	10	15	
10	5	0.33	0.13	0.05	0.02	
	10	0.40	0.17	0.06	0.02	0.3
	20	0.45	0.19	0.08	0.03	0.4
15	5	0.26	0.15	0.08	0.04	
	10	0.33	0.19	0.10	0.05	0.2
	20	0.41	0.24	0.14	0.07	0.3
20	5	0.20	0.13	0.08	0.04	
	10	0.28	0.18	0.10	0.06	0.1
	20	0.37	0.24	0.16	0.09	0.2
25	5	0.17	0.12	0.08	0.05	
	10	0.24	0.17	0.12	0.08	0.0
	20	0.33	0.24	0.17	0.10	0.1
30	5	0.15	0.11	0.08	0.06	
	10	0.21	0.16	0.12	0.08	0.0
	20	0.31	0.24	0.18	0.12	0.0

八、非均质和各向异性土体中的地基附加应力

地基附加应力计算都是考虑柔性荷载和均质各向同性的土体，因此土中附加应力计算与土的性质无关，而实际工程中地基往往是由软硬不一的多种土层所组成，这显然是不合理的。土的变形性质无论在竖直方向还是在水平方向差异都较大，对于这样一些问题的考虑是比较复杂的，目前也未得到完全满意的解答。从一些简单情况的解答发现，由两种压缩性不同土层构成的双层地基的应力分布与各向同性地基相比较，对地基竖向应力的影响有两种：一种是坚硬土层上覆盖着不厚的可压缩土层，即 $E_1 < E_2$ ，则土中附加应力分布将发生应力集中的现象；另一种是软弱土层上有一层压缩模量较高的硬壳层，即 $E_1 > E_2$ ，则土中附加应力将发生扩散现象，如图 3-18 所示。

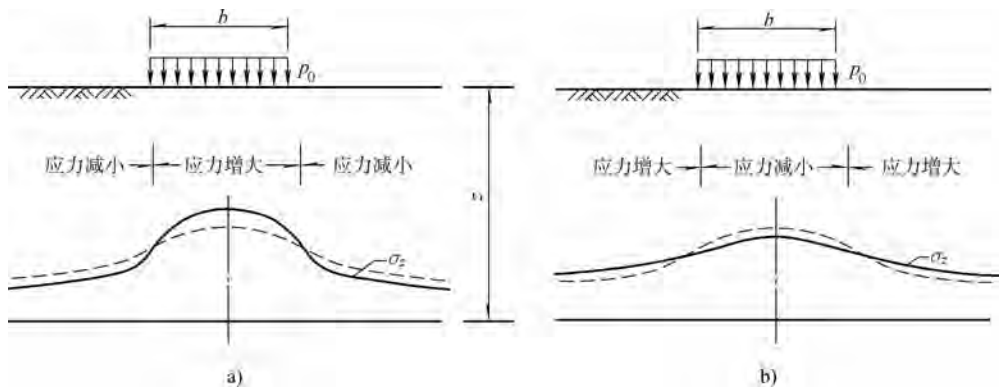


图 3-18 非均质地基对附加应力的影响
a) 应力集中现象 b) 应力扩散现象

双层地基中应力集中和扩散的概念十分重要,特别是在软土地区,表面有一层硬壳层,由于应力扩散作用,在设计中基础应尽量浅埋,以减少地基的沉降,在施工中也应采取保护措施,避免地基遭受破坏。

小 结

由土体重力引起的应力称为土的自重应力,一般是自土形成之日起就存在于土中的应力;附加应力是指由外荷载(如建筑荷载、车辆荷载、地震力等)作用下,土中引起的应力增量。两种应力产生的原因不同,分布规律和计算方法也不相同。在计算地基附加应力之前,首先要确定作用在地基表面的压力,即基底压力,同时还要明确基底附加压力的概念。

1. 土的自重应力

由土体自身重力在地基内所产生的竖向有效应力称为土的自重应力 σ_{cz} ,除新沉积、新填土外,土的自重应力不会引起地基的变形。通常假定土体(或地基)为均质、连续、各向同性的半无限体,土体内相同深度各点的土的自重应力相等。土中一点的自重应力等于该点以上单位面积土柱的重力。自重应力 σ_{cz} 在水平面上均匀分布;沿竖直方向随深度 z 线性增加,呈三角形分布。成层土中自重应力沿深度呈折线分布,转折点位于各土层的分层面和地下水位界面处。

对土坝或土堤等土工建筑物,由于不是半无限体,其坝身与坝基的变形不同,因此受力条件比较复杂。但在一般计算中,仍假定土坝断面中任一深度处一点的自重应力等于该点以上土体有效重力。

地下水位下降时,引起土的自重应力增加;地下水位上升时,引起土的自重应力减小。

2. 基底压力

由基础底面传至地基单位面积上的压力称为基底压力 p ,其分布受多种因素影响而比较复杂,常按照材料力学的简化法计算,简化后的基底压力有均匀分布、三角形分布和梯形分布等形式。建筑物修建前后基底深度处应力增加部分称为基底附加压力 p_0 ,其值为基底压力减去基底标高处原有土的自重应力。基底附加压力引起地基压缩变形。

3. 地基附加应力

由外荷载(如建筑物荷载、交通荷载、堆载等)在地基内所产生的应力称为地基附加应力 σ_z ,指的是外荷载作用前后地基中应力变化的增量。它是引起地基变形和导致土体失稳破坏的主要原因。

竖向集中力作用下的地基附加应力 σ_z 分布有以下规律:①在集中力的作用线上($r=0$),当 $z=0$ 时,竖向附加应力 $\sigma_z \rightarrow \infty$,随着深度的增加, σ_z 逐渐减小。②在 $r>0$ 的竖直线上,当 $z=0$ 时, $\sigma_z=0$,随着深度 z 的增加, σ_z 从零逐渐增大,至一定深度后又随着 z 的增加逐渐减小。③在同一深度的水平面上,沿集中力的作用线上 σ_z 最大,随水平距离 r 的增加, σ_z 逐渐减小。

建筑物荷载作用下的地基附加应力计算分为空间问题和平面问题,圆形基础、方形基础、矩形基础以及不规则形状的基础,其地基附加应力计算均属于空间问题;条形基础地基附加应力计算按照平面问题计算。矩形基础荷载作用下附加应力计算采用角点法结合叠加原理进行,方法是根据 $m=l/b$ 、 $n=z/b$ 查阅相关表格求得附加应力系数后,进行面积和荷载

两方面叠加计算附加应力。平面问题附加应力计算是根据 $m = x/b$ 、 $n = z/b$ 查相关表格求得附加应力系数后, 进行叠加计算附加应力, 条形基础只需要进行荷载叠加。荷载分布基本形式有均匀分布和三角形分布两种, 其余形式可以叠加得到; 荷载有竖直荷载和水平荷载两种, 计算时分别考虑。

注意: 在条形竖直均布荷载、三角形分布荷载、水平均布荷载作用下, 查表计算地基附加应力系数时, 坐标系的确定取决于所查的表格本身所采用的坐标系。计算时必须选用与所查表格一致的坐标系, 否则计算结果不正确。

思考题

- 3-1 什么是土的自重应力, 什么是地基附加应力?
- 3-2 在基底总压力不变的前提下, 增大基础埋置深度对地基附加应力的分布有什么影响?
- 3-3 在填方地段, 如基础砌置在填土中, 则填土的重力引起的应力在什么条件下应当作为地基附加应力考虑?
- 3-4 地下水位的升降对地基附加应力的分布有何影响?
- 3-5 矩形均布荷载中点下与角点之间的应力有什么关系?
- 3-6 刚性基础的基底压力分布有何特征? 工程中如何计算中心荷载及偏心荷载下的基底压力?
- 3-7 如何计算基底附加压力? 在计算中为什么要减去基底处土的自重应力?

习题

3-1 某建筑场地的地质剖面如图 3-19 所示, 试计算: ①各土层层面及地下水位界面处的自重应力, 并绘制自重应力曲线。②若中砂层以下为坚硬的整体岩石, 绘制其自重应力曲线。

3-2 试计算图 3-20 所示荷载下, M 点下深度 $z = 2\text{m}$ 处的附加应力。

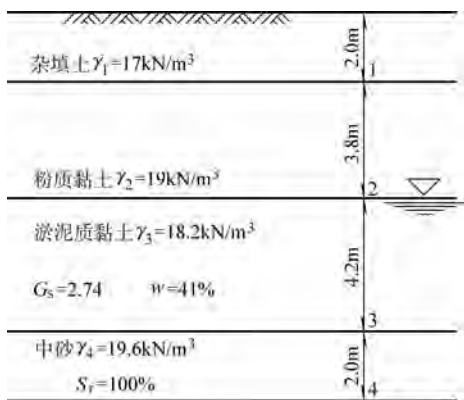


图 3-19 习题 3-1 图

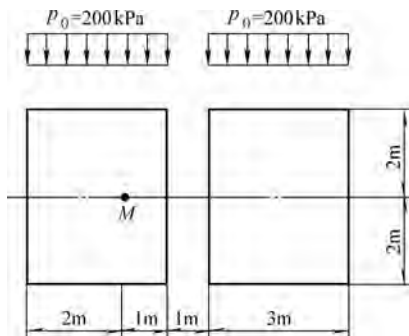


图 3-20 习题 3-2 图

3-3 某基础截面呈 T 形 (图 3-21), 作用在基底的附加应力 $p_0 = 150\text{kN/m}^2$ 。试求 A 点下 10m 深处的附加应力。

3-4 某条形基础如图 3-22 所示, 作用在基础上的荷载为 250kN/m , 基础宽度 $b = 2\text{m}$, 基础深度范围内土的重度 $\gamma = 17.5\text{kN/m}^3$, 试计算 0-3、4-7 及 5-10 剖面上各点的竖向附加应力, 并绘制曲线。

3-5 如图 3-23 所示, 条形分布最大荷载 $p = 150\text{kPa}$, 计算 G 点下深度为 3m 处的竖向附加应力。

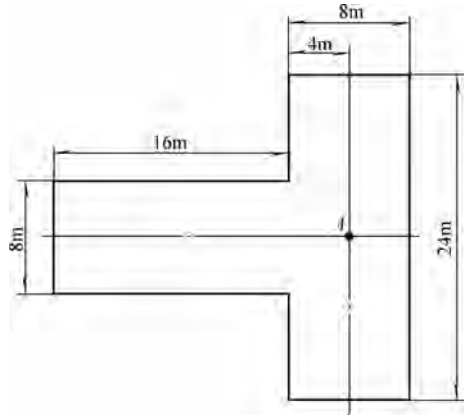


图 3-21 习题 3-3 图

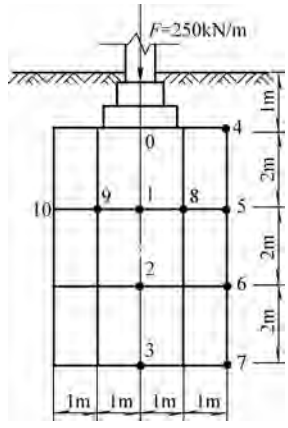


图 3-22 习题 3-4 图

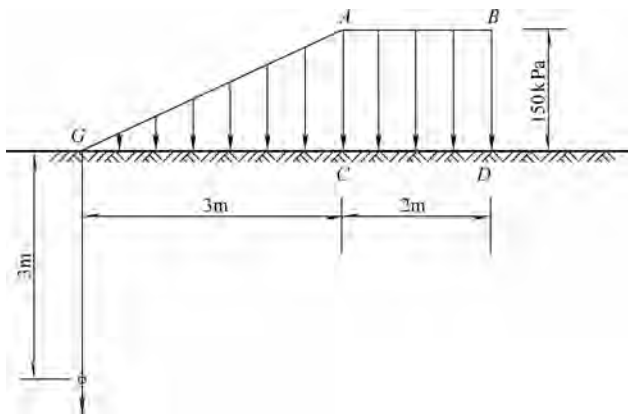


图 3-23 习题 3-5 图